

引入逆学习的量子自适应禁忌搜索算法

钱 洁^{1,2}, 郑建国²

(1. 湖北汽车工业学院信息系, 湖北十堰 442002; 2. 东华大学智能系统研究中心, 上海 200051)

摘 要: 为增强量子进化算法的局部优化能力, 结合禁忌搜索思想, 提出一种具有逆学习机制的量子自适应禁忌搜索算法. 算法采用一种量子自适应邻域映射机制, 且禁忌表的禁忌长度可随量子态动态调整, 这些策略较好的解决了集中性和多样性搜索的矛盾. 另外, 算法增加了一种能使个体尽快摆脱劣势区域的逆学习量子更新模式. 设计的算法能较好的平衡全局和局部搜索, 能有效避免量子过快陷入局部极值. 通过实验表明提出的算法具有更好的局部搜索能力.

关键词: 量子进化算法; 自适应; 禁忌搜索; 函数优化; 组合优化

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013) 06-1069-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.06.005

A Quantum-Inspired Adaptive Tabu Search Algorithm with Inverse Learning

QIAN Jie^{1,2}, ZHENG Jian-guo¹

(1. School of Information, Hubei University of Automotive Technology, Shiyan, Hubei 442002, China

2. Intelligent Systems Research Center, Donghua University, Shanghai 200051, China;)

Abstract: In order to enhance the local optimization capability of quantum-inspired evolutionary algorithm (QEA), a novel QEA incorporating inverse learning mode is proposed based on adaptive tabu search. In this algorithm, the neighborhood structure and tabu tenure can be adjusted dynamically casing quantum entanglement states, so that the conflict between intensification and diversification is well solved. At the same time, a novel quantum updating mode named inverse learning is designed to help individuals get out of inferior region. Therefore, better balance between exploration and exploitation can be achieved to escape from a local optimum. Experiment results show that local optimization ability has been advanced effectively through the proposed algorithm.

Key words: quantum-inspired evolutionary algorithm; adaptive; tabu search; function optimization; combinatorial optimization

1 引言

量子进化算法^[1](Quantum-inspired Evolutionary Algorithm, QEA)采用量子比特编码, 算法具有种群离散性好, 全局寻优能力强特点. 目前 QEA 已成为计算智能领域重要分支, 已成功应用于模式识别, 电路设计等领域. 然而, QEA 还存在局部寻优能力不强、量子易出现不可逆聚集而陷入局部极值等问题. 因此, 如何提高 QEA 算法局部搜索能力成为重要研究课题. 为克服 QEA 这一缺陷, 将不同的进化范式融入 QEA 中是一重要研究趋势, 也取得一定成果. 比如, 周殊^[2]等利用粒子群算子来调节量子旋转门, 使得局部搜索更加稳定. Dai^[3]等在 QEA 中融入免疫算子, 用于避免局部搜索重复评价问题. Defoin^[4]等提出了根据种群局部信息不断调整搜索

的 vQEA 算法. Arpaia^[5]等提出了采用竞争学习思想的 QuCEA 算法, 这种方式可有效避免早熟. 李盼池^[6]等将蚁群算法思想融入 QEA, 采用量子旋转门更新蚂蚁位置, 使算法搜索到最优解的概率增加. Wang^[7]等将差分进化的思想融入到 QEA 中, 使算法局部搜索更高效. Zhang^[8]等利用生物细胞膜计算 P 系统来构造并行 QEA, 可较好的避免算法陷入局部极值.

禁忌搜索^[9](Tabu Search, TS)采用禁忌表记录已到过的局部最优, 在下一搜索中回避或有选择的搜索这些区域, 使算法能有效跳出局部最优. TS 已成功应用于遗传, 粒子群, 蚁群等算法中, 以增强算法的局部搜索能力. 而 QEA 种群表示为概率分布的量子, 所以传统 TS 难以融入 QEA 中. 这方面研究较少, 文献[10]将禁忌思想融入求解 0-1 背包的 QEA 中, 增强了组合优化的局

部搜索能力.该算法^[10]将量子重复观测作为邻域解,这种方式在进化初期是有效的,但当量子趋于聚集时邻域趋向同质化,会造成一定的重复计算,且对当前最优解附近区域搜索不够.另外,量子分量作为禁忌对象无法完整反映已出现的局部最优信息,禁忌长度难以动态调整,算法较难兼顾集中性和多样性搜索^[10].基于以上考虑,论文提出一种具有逆学习机制的量子自适应禁忌搜索算法(Quantum-inspired Adaptive Tabu Search Algorithm, QATSA).算法设计了一种量子自适应禁忌搜索框架,可根据量子状态自动调整邻域解的产生方式,算法将整个量子个体作为禁忌对象,其禁忌长度可根据量子态动态调整,这些策略能有效实现集中性和多样性搜索策略.另外,算法借鉴智能生物从错误中总结经验,防止以后不犯或少犯同样错误的现象,设计了一种使量子能尽快摆脱劣势区域的逆学习模式.通过理论分析算法具有收敛性,实验也证明算法的局部寻优能力有一定提高.

2 算法描述

2.1 量子种群

QATSA 采用量子比特编码,一个量子比特表示为: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$,其中 α 和 β 是复数,分别表示状态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的概率幅,且 α 和 β 的关系满足归一化条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.算法由量子编码的量子个体构成,定义在第 t 代的染色体种群为 $Q(t)$ ^[11,12]

定义 1 量子种群 $Q(t)$,

$$Q(t) = \{q_1^t, q_2^t \cdots q_n^t\} \quad (1)$$

其中 n 为种群大小, q_i^t 为量子个体,由量子比特构成^[1],表示为:

$$q_i^t = \begin{bmatrix} \alpha_{i1} & \alpha_{i2} & \cdots & \alpha_{im} \\ \beta_{i1} & \beta_{i2} & \cdots & \beta_{im} \end{bmatrix}, i = 1, \cdots, n \quad (2)$$

其中, m 为染色体长度,且量子个体满足归一化条件^[5].

定义 2 量子个体 q_i^t 的量子熵 $H(q_i^t)$

$$H(q_i^t) = \sum_{j=1}^m \sqrt{|\alpha_{ij}^2 - \beta_{ij}^2|} \quad (3)$$

则种群 $Q(t)$ 的量子熵为^[13]:

$$H(Q(t)) = \sum_i H(q_i^t), \forall q_i^t \in Q(t) \quad (4)$$

根据定义知,种群的量子熵能判断量子的聚集状态.

2.2 自适应邻域映射

TS 中集中性策略主要对已搜索到的优良解的邻域做进一步搜索,以期找到全局最优.而多样性策略则用于拓展搜索区域.因此,集中性与多样性策略在 TS 中非常重要,但它们往往又是矛盾的.本文根据 QEA 算法

特点设计了一种自适应的邻域映射机制,动态调整集中性和多样性搜索,较好地解决了这一矛盾,算法的邻域映射为^[9,10].

定义 3 量子个体 q_i^t 的邻域映射为:

$$N(q_i^t) = \{X_1, X_2, \cdots, X_{nl}\} \quad (5)$$

$$X = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{ij}, \cdots, x_{im}), x_{ij} \in \{0, 1\}$$

$N(q_i^t)$ 表示对量子 q_i^t 的 nl 次观测,每次观测值为 X ,其观测过程描述为:

Step1 产生随机数 $px \in [0, 1]$,如非第 1 次观测且 $px < \frac{1}{m}H(q_i^t)$ 时,则对 va 赋整数值,否则 $va = 0$;

Step2 while 循环 ($va > 0$)

随机选择量子个体 q_i^t 的一位 k ,并产生随机数 $r \in [0, 1]$,如 $r < |\beta_{ik}|^2$,则该量子位观测值为 $x_{ik} = 0$ 否则 $x_{ik} = 1$; $va = va - 1$;

Step3 对量子个体 q_i^t 剩下的位,分别产生不同随机数 $r \in [0, 1]$,如 $r < |\alpha_{ij}|^2$,则该量子位观测值为 $x_{ij} = 0$,否则 $x_{ij} = 1$;

Step4 获得量子 q_i^t 的一个邻域映射 X .

这种邻域映射将可能产生两种候选解:量子处于离散态时, $H(q_i^t)$ 趋于 0,邻域映射与 QEA 观测方式相似,可增大多样性搜索概率;当量子处于聚集态时, nl 次观测中出现个别位相反观测概率增加,观测效果类似于在 X 中进行变异,使算法集中性搜索概率增大.这种邻域映射能根据量子状态动态调整产生集中或多样性搜索解的比例^[11,12].

2.3 禁忌表

禁忌表包括禁忌对象和禁忌长度,本文将量子个体 q_i^t 作为禁忌对象,这种方式相比以量子位分量作为禁忌对象^[9,10]更合理.因为整个量子更能反映目前已出现的局部最优信息,且禁忌表更易维护.将量子个体作为禁忌对象更直观理解是,将出现局部最优的概率分布进行禁忌,以避免该概率分布过快陷入局部最优.算法的禁忌表 T 的定义为:

定义 4 禁忌表 $T = \{q_i^t, TL_i, E(q_i^t)\}$,其中 $E(q_i^t)$ 表示为被禁忌的量子个体 q_i^t ,在 nl 次观测中最大适应度值.

定义 5 TL_i 为 q_i^t 的自适应禁忌长度.

$$TL_i = \text{floor}\left(\sqrt{\frac{n}{2}}(1 + \exp(\frac{\text{iter} \times H(q_i^t)}{m \times \text{iter}_{\max}}))\right) \quad (6)$$

(6) 式中 n 为种群大小, iter 和 iter_{\max} 分别表示迭代数和最大迭代数, floor 为向下取整函数. TL_i 决定量子被禁忌的时间,短的禁忌时间有利于局部搜索,而长的禁忌时间则有利全局搜索.本文采取随量子的聚集程度自适应调整禁忌长度的策略,由其定义知 $H(q_i^t)$ 值越大该

量子被禁忌的长度越大,这将使量子跳出局部极值的可能增加。

2.4 禁忌规则

禁忌规则是判断禁忌对象是否被禁忌和解禁的依据,合理的规则可有效避免陷入循环搜索.禁忌规则中的符号定义有^[9,10]:

定义 6 X^b, X^w 分别为整个种群邻域映射 $N(Q(t))$ 中并排除禁忌表中 $E(q^i)$ 值的最佳和最劣解.

根据 QEA 特点定义以下禁忌规则:

禁忌规则 1 在迭代中 X^b 对应的 q_i^t 将作为第 t 代的禁忌对象.

禁忌规则 2 量子 q_i^t 初始禁忌长度 TL_i 由式(6)确定.

禁忌规则 3 每代更新禁忌表 T ,当禁忌表 T 中 q_i^t 对应的禁忌长度 $TL_i = 0$ 时, q_i^t 将被解禁.

2.5 藐视准则

在 QATSA 中如按禁忌规则可能会出现全部量子都被禁忌的情况,或有一对象被禁,但若解禁其目标值将有非常大的提高,在这种情况下可让一些禁忌对象重新可选,这种方法称之为特赦,其规则称为藐视准则.

定义 7 藐视准则获得的特赦禁忌对象表示为 $A(t) = \{q_i^t | q_i^t \in \text{藐视准则}(T)\}$.

QATSA 算法定义以下藐视准则.

藐视准则 1 如 $Q(t) \subseteq T$,选择最优 $E(q_i^t)$ 对应禁忌对象解禁.即当所有个体都被禁忌时,选择具有最优 $E(q_i^t)$ 的量子解禁,获得 $A(t)$.

藐视准则 2 如 $f(X) > B, X \in N(q_i^t)$,且 $q_i^t \in T$,对 q_i^t 解禁,获得 $A(t)$,其中 B 为种群目前找到的最优解.

2.6 量子更新

算法量子更新依靠量子门作用于量子角上,使相位发生改变,实现量子更新操作.量子旋转门采用 U 门^[1].

$$U = \begin{bmatrix} \cos\Delta\theta & -\sin\Delta\theta \\ \sin\Delta\theta & \cos\Delta\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

更新操作为式(8),其中 $\Delta\theta$ 为旋转角.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{ij}^t \\ \beta_{ij}^t \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} \alpha_{ij}^{t-1} \\ \beta_{ij}^{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Delta\theta & -\sin\Delta\theta \\ \sin\Delta\theta & \cos\Delta\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{ij}^{t-1} \\ \beta_{ij}^{t-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

传统 QEA 量子更新是将精英作为各量子的学习目标.在大自然中,智能生物不但会学习好的现象,而且还会从错误中总结经验,防止以后不犯或少犯同样错误.根据这种思想本文设计了正学习和逆学习两种量子更新模式. $\Delta\theta$ 取值不同决定了采取哪种模型学习,下面分别描述.

2.6.1 正学习

正学习是将已出现的精英作为量子更新依据, $\Delta\theta$

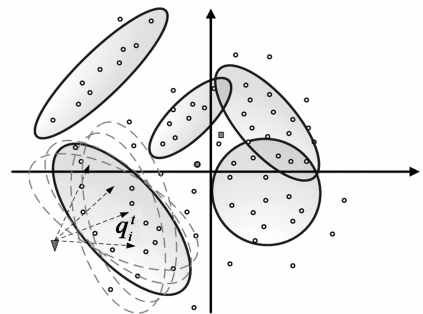
取值由表 1 所示^[1],表中 b_i 表示 q_i^t 的历史最优解, x_{ij} 为 $N(q_i^t)$ 中最佳解 X 的第 j 分量, b_{ij} 是 b_i 的第 j 位.量子个体是否在禁忌表中,其 $\Delta\theta_{ij}$ 取值将不同.

表 1 正学习 $\Delta\theta$ 取值表

x_{ij}	b_{ij}	$f(X_i) \geq f(b_i)$	$\Delta\theta_{ij}$	
			$q_i^t \notin T$	$q_i^t \in T$
0	0	假	θ_1	θ_1^*
0	0	真	θ_2	θ_2^*
0	1	假	θ_3	θ_3^*
0	1	真	θ_4	θ_4^*
1	0	假	θ_5	θ_5^*
1	0	真	θ_6	θ_6^*
1	1	假	θ_7	θ_7^*
1	1	真	θ_8	θ_8^*

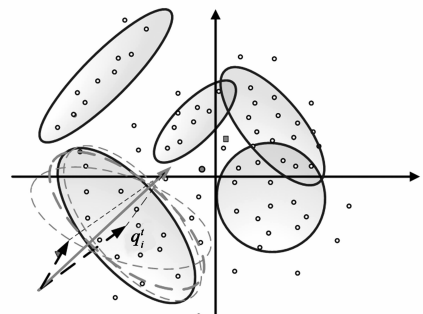
2.6.2 逆学习

逆学习是指量子远离劣势区域为目标进行的更新,其原理如图 1 所示.图中各区域表示不同量子的搜索空间,假设进化中出现局部最劣解,量子 q_i^t 将实施远离最劣解的旋转,这种旋转方向可有很多(图中虚线所示).



■ 最优解 ◯ 局部最优解 ▽ 局部最差解
图 1 量子逆学习示意图

而逆学习并不能保证量子都向最优区域聚集.所以,在逆学习中需结合正学习,以增加寻找到最优解的概率.如图 2 所示,实线箭头方向为正学习和逆学习叠加的更新方向,这种更新方向量子 q_i^t 不但能避开局部



■ 最优解 ◯ 局部最优解 ▽ 局部最差解
图 2 量子正、逆学习叠加效果图

极值,且找到最优解概率将增加。

根据逆学习原理,量子更新时 $\Delta\theta$ 取值由表 2 所示,表中 x_j^w 是 X^w 的第 j 位, x_{ij} 为 $N(q_i^t)$ 中最优解 X 的第 j 分量^[1],为了实现逆学习, θ_{12} 和 θ_{14} 的旋转方向与表 1 中的 θ_3 和 θ_5 相反。

表 2 逆学习 $\Delta\theta$ 取值表取值表

x_{ij}	x_j^w	$f(X_i) \geq f(X^w)$	$\Delta\theta_{ij}$	
			$q_i^t \notin T$	$q_i^t \in T$
0	0	假	θ_9	θ_9''
0	0	真	θ_{10}	θ_{10}'
0	1	假	θ_{11}	θ_{11}'
0	1	真	θ_{12}	θ_{12}'
1	0	假	θ_{13}	θ_{13}'
1	0	真	θ_{14}	θ_{14}'
1	1	假	θ_{15}	θ_{15}'
1	1	真	θ_{16}	θ_{16}'

2.7 算法流程

QATSA 算法的具体步骤为^[1,9,10]:

Step 1 $t=0$, 初始化种群 $Q(0)$, 所有 q_i^0 中的 α, β 都被初始化为 $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$. 禁忌表 $T \rightarrow \emptyset$, 初始化 X^b, X^w ;

Step 2 对初始种群量子个体实施邻域映射得到 $N(Q(0))$;

Step 3 对 $N(Q(0))$ 进行适应度评价, 得到 $f(N(Q(0)))$, 更新 X^b, X^w , 更新 b_i ;

Step 4 更新禁忌表 T ;

Step 5 While 非结束状态 do

Step 6 $t = t + 1$;

Step 7 对种群 $Q(t-1)$ 实施邻域映射, 得到邻域 $N(Q(t-1))$;

Step 8 执行藐视准则求得 $A(t-1)$;

Step 9 更新 X^b, X^w ;

Step 10 从禁忌表 T 中删除特赦对象 $A(t-1)$;

Step 11 更新各禁忌对象的禁忌长度 $TL = TL - 1$;

Step 12 如果禁忌长度 $TL = 0$;

Step 13 从禁忌表 T 中移出 q_i^t ;

Step 14 X^b 对应的 q_i^t 入禁忌表, 赋值 TL_i ;

Step 15 所有 $Q(t)$ 实施正学习更新, 再随机选择一半个体实施逆学习更新;

Step 16 更新各个体的历史最优解 b_i 及全局最优解 B ;

Step 17 如果满足迁移条件

Step 18 对 $Q(t)$ 执行量子迁移;

Step 19 判断是否满足终止条件, 若满足则停止, 否则转 Step 5

3 QATSA 算法收敛性分析

定义 8 假设最优化问题 $\max f(X)$, 其中 $X \in \mathbf{R}^n, D$

$\subset \mathbf{R}^n. \forall X, \exists X^* \in D$, 使得 $f(X) \leq f(X^*)$. X^* 称为全局最优解, 则全局最优解集为:

$$G^* \triangleq \{X^* \in D: f(X^*) = \max\{f(X) | X \in D\} \quad (9)$$

把 G^* 对应的量子概率分布记为 P^* . 算法的第 t 代的量子群体表示为 $Q(t)$, $\Gamma(t)$ 表示量子群体 $Q(t)$ 中包含最优量子概率分布个数。

定义 9 对于初始量子种群 $Q(0)$ 如果有 $\lim_{t \rightarrow \infty} P\{\Gamma(t) \geq 1 | \Gamma(0) = 1\} = 1$ 则称算法以概率 1 收敛到全局最优解。

定理 1 QATSA 算法如果在第 t 代观测出最优解 G^* , 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} P\{\Gamma(t) \geq 1 | G(t) = G^*\} = 1$, 即 $Q(t)$ 中出现 P^* 的概率为 1。

证明: 考虑最坏情况, 假设第 t 代观测出最优解 G^* 时量子群体 $Q(t)$ 的概率分布与最优分布 P^* 完全相反, 即 $q_i^t(t) = 1 - P^*$. 由于 G^* 为全局最优解, 那么在以后的进化中将不会出现更好的解, 即 $\forall X, f(X) < G^*$. 假设 ΔT 为 $Q(t)$ 中使 $q(t) \Rightarrow P^*$ 最多迭代次数, 假设 $Q(t)$ 中每个量子被禁忌的概率均等, 禁忌长度为 TL , 根据 QATSA 算法的原理^[14,15]:

$$\begin{aligned} \Delta T \leq & [(\arcsin(|\alpha_i^{t+\Delta T}|^2) - \arcsin(|\alpha_i^t|^2)) / \Delta\theta] \\ & + TL * \frac{1}{n} [(\arcsin(|\alpha_i^{t+\Delta T}|^2) - \arcsin(|\alpha_i^t|^2)) / \Delta\theta] \end{aligned} \quad (10)$$

上式中前一项为没有禁忌时量子从 $q(t) \Rightarrow P^*$ 最多迭代次数, 第二项为量子被禁忌的迭代次数. 由式 (2) 的量子比特定义有^[14,15]:

$$\arcsin(|\alpha_i^{t+\Delta T}|^2) - \arcsin(|\alpha_i^t|^2) \leq \frac{\pi}{2}, \text{ 则有}$$

$$\Delta T \leq \frac{(n + TL)\pi}{2n} / \Delta\theta \quad (11)$$

则有:

$$P\{\Gamma(t + \frac{(n + TL)\pi}{2n} / \Delta\theta) \geq 1 | G(t) = G^*\} = 1 \quad (12)$$

所以定理 1 得证。

定理 2 QATSA 算法以概率 1 收敛到全局最优解^[15].

证明: 假设 $P_{\Gamma(t)=0}(t)$ 表示为第 t 代量子种群中 $Q(t)$ 包含 0 个最优量子概率分布, 即: $P_{\Gamma(t)=0}(t) = P\{\Gamma(t) = 0\}$, 由条件概率有^[15]:

$$\begin{aligned} P_{\Gamma(t+1)=0}(t+1) &= P\{\Gamma(t+1) = 0\} \\ &= P\{\Gamma(t+1) = 0 | \Gamma(t) \neq 0\} \times P\{\Gamma(t) \neq 0\} \\ &\quad + P\{\Gamma(t+1) = 0 | \Gamma(t) = 0\} \times P\{\Gamma(t) = 0\} \end{aligned} \quad (13)$$

假设量子 $Q(t)$ 中观测出最优解 G^* , 由定理 1 知:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{\Gamma(t) \geq 1\} = 1 \quad (14)$$

即 $\lim_{t \rightarrow \infty} P\{\Gamma(t+1) = 0 | \Gamma(t) \neq 0\} \times P\{\Gamma(t) \neq 0\} = 0$.

所以,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_{\Gamma(t+1)=0}(t+1) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\Gamma(t+1)=0|\Gamma(t)=0\} \times P_{\Gamma(t)=0}(t) \quad (15)$$

当量子 $Q(t)$ 中不包含最优概率分布 P^* , 量子 $Q(t)$ 将以量子旋转 U 门进化, 由旋转门的性质可知^[14,15]:

$$P\{\Gamma(t+1) > 0|\Gamma(t) = 0\} > \frac{1}{2^m} > 0 \quad (16)$$

假设 $\epsilon = \frac{1}{2^m}$, 则有:

$$P\{\Gamma(t+1) = 1|\Gamma(t) = 0\} \geq \epsilon > 0 \quad (17)$$

所以有^[14,15]:

$$\begin{aligned} P\{\Gamma(t+1) = 0|\Gamma(t) = 0\} &= 1 - P\{\Gamma(t+1) \neq 0|\Gamma(t) = 0\} \\ &= 1 - P\{\Gamma(t+1) \geq 1|\Gamma(t) = 0\} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} P\{\Gamma(t+1) = 0|\Gamma(t) = 0\} &\leq 1 - P\{\Gamma(t+1) = 1|\Gamma(t) = 0\} \leq 1 - \epsilon < 1 \\ &\leq (1 - \epsilon)^2 \times P_{\Gamma(t-1)=0}(t-1) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\dots \leq (1 - \epsilon)^{t+1} \times P_{\Gamma(0)=0}(0)$$

所以有:

$$0 \leq \lim_{t \rightarrow \infty} P_{\Gamma(t+1)=0}(t+1) \leq \lim_{t \rightarrow \infty} (1 - \epsilon)^{t+1} \times P_{\Gamma(0)=0}(0) = 0 \quad (20)$$

由于 $\lim_{t \rightarrow \infty} (1 - \epsilon)^{t+1} \times P_{\Gamma(0)=0}(0) = 0$, 所以

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} P_{\Gamma(t+1)=0}(t+1) &= 0 \text{ 因此,} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\Gamma(t+1) \geq 1|\Gamma(t) = 0\} &= 1 - \lim_{t \rightarrow \infty} P\{\Gamma(t+1) = 0|\Gamma(t) = 0\} \\ &= 0|\Gamma(t) = 0\} = 1 \end{aligned} \quad (21)$$

所以定理 2 得证.

4 算法有效性验证

4.1 函数优化

为验证 QATSA 算法函数优化的有效性, 用通用的 Rastrigin 和 Ackley 测试, 选择 QEA 和 RQEA^[16] 比较. 实验中函数的 $n = 2, nl = 2$, 邻域映射参数 $va = 1$, 算法种群大小取 10, 量子编码长度为 25, 量子更新角取不同值 $\theta_3 = 0.01\pi, \theta_5 = -0.01\pi, \theta_{12} = -0.005\pi, \theta_{14} = 0.005\pi$, 其它取为 0. 算法最大迭代次数 1000, 分别独立测试 30 次.

表 3 函数优化测试结果

函数	最优	平均值	最差值	方差	迭代次数	成功次数	
Rastrigin	QEA	0	7.23E-02	9.02E-01	2.25E-01	982	8
	RQEA	0	1.23E-12	1.84E-11	4.68E-12	811	28
	QATSA	0	0	0	0	534	30
Ackley	QEA	0	4.52E-06	7.19E-06	2.85E-06	902	7
	RQEA	0	0	0	0	738	30
	QATSA	0	0	0	0	484	30

从表 3 可看出, QATSA 找到最优解成功率为 100%, 相比其它算法有能力搜索到更加精确的值, 且迭代次数也最少.

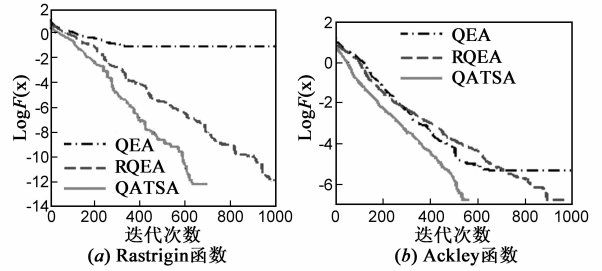


图 3 函数优化最优解均值收敛图

图 3 为最优解平均值收敛情况, 可以看出 QEA 分别在 400 和 600 代左右陷入局部极值, 而 QATSA 未陷入局部极值, 且其收敛速度更快.

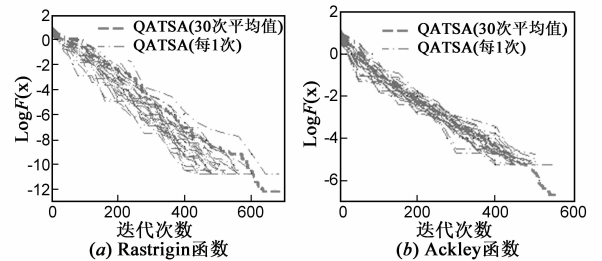


图 4 函数优化 30 次收敛图

图 4 中灰色细线表示 QATSA 30 次独立运行的收敛图, 粗线为均值. 可以看出算法寻优过程中未出现停滞的现象, 说明 QATSA 能高效的兼顾全局和局部搜索.

4.2 组合优化

0/1 背包问题 (Knapsack Problem, KP) 属于经典的组合优化问题, 在信息密码学领域和数论研究中具有极重要的应用, 问题描述为: 从 m 个物品中选一定数量物品放入一个包中, 使包中物品的收益 $f(X)$ 最大.

$$f(X) = \sum_{i=1}^m p_i x_i \text{ 同时保证 } \sum_{i=1}^m w_i x_i \leq C \quad (22)$$

背包问题中参数 w_i, p_i, C 的设置如果具有关联性, 那么 KP 越复杂. 所以本文选择复杂的关联设置, 以增加 KP 问题的求解难度.

$$w_i \in [1, 10] \text{ 随机 } p_i = w_i + 5, C = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m w_i \quad (23)$$

QATSA 采用文献^[1]中的修补算子以满足背包约束, 对比算法 QEA^[1] 和 vQEA^[4]. $nl = 4$, 邻域映射参数 $va = 2$, 种群大小 10, 背包维数 500, 1000, 更新角 $\theta_3 = 0.005\pi, \theta_5 = -0.005\pi, \Delta\theta_{12} = -0.0025\pi, \Delta\theta_{14} = 0.0025\pi$, 算法最大迭代次数 1500 和 2000, 独立测试 30 次.

测试结果 (表 4) 看出 QATSA 最优解, 平均值和标准

差都最好,说明 QATSA 无论是求解精度和鲁棒性都具有优势.

表 4 KP 测试结果

背包维数		最优	平均值	最差值	方差
$m = 500$	QEA	2.979E+03	2.917E+03	2.880E+03	3.625E+01
	vQEA	3.106E+03	3.009E+03	2.974E+03	2.363E+01
	QATSA	3.107E+03	3.062E+03	3.026E+03	2.101E+01
$m = 1000$	QEA	5.818E+03	5.748E+03	5.620E+03	4.314E+01
	vQEA	6.132E+03	6.022E+03	5.989E+03	2.513E+01
	QATSA	6.165E+03	6.119E+03	6.065E+03	2.319E+01

图 5 是最优解平均值曲线,可以看出在进化后期 QEA 和 vQEA 都出现了不同程度早熟和陷入局部极值现

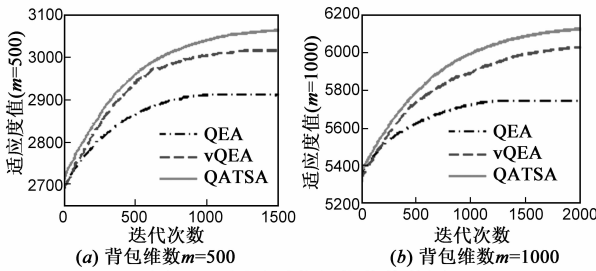


图 5 KP 测试最优解均值收敛图

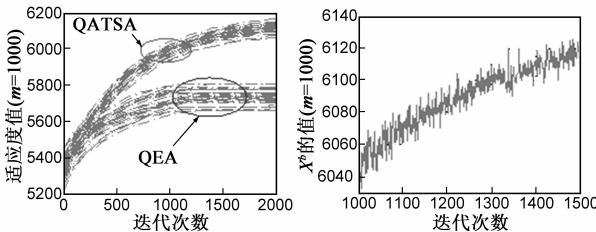
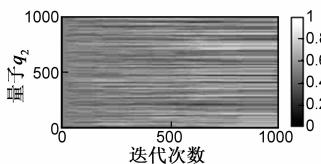
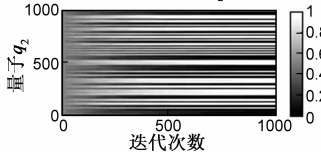


图 6 $m=1000$ 的 KP 30 次收敛图

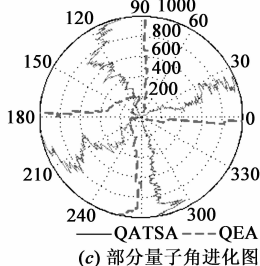
图 7 X^b 收敛图



(a) QATSA 的量子 q_2 进化图



(b) QEA 的量子 q_2 进化图



(c) 部分量子角进化图

图 8 $m=1000$ 时 QATSA 与 QEA 运行量子进化图

象,而 QATSA 的解在进化后期还能不断提高,说明 QATSA 的局部搜索能力有显著提高.

图 6 表示 QATSA 和 QEA 对 1000 维 KP 独立运行 30 次的收敛图,可以看出 QEA 在约 1000 代后解质量不再提高,但 QATSA 未出现陷入局部极值情况,且 QATSA 的收敛速度更快.图 7 记录了图 6 中 QATSA 的一次运行时 X^b 值的变化情况,可以看出 X^b 并不是单调递增,有可能下一代比上一代值更差,这正体现了禁忌搜索以退为进的策略.

图 8 记录了 $m = 1000$ 时 QATSA 和 QEA 一次典型运行中部分量子进化过程及量子角旋转.在图 8(a, b) 中 QATSA 的量子到 1000 代时还呈现为离散态,而 QEA 已经倾向聚集.图 8(c) 也可以看出 QEA 量子角过快收敛,而 QATSA 进化更充分.

5 结论

充分利用禁忌搜索局部寻优能力强的优势,提出一种具有逆学习方式的量子自适应禁忌搜索算法.算法采用自适应邻域映射机制,将整个量子个体作为禁忌对象,并根据量子状态动态调节禁忌长度.同时,借鉴智能生物从错误中总结经验,防止以后不犯或少犯同样错误的现象,算法还设计了一种远离劣势区域的量子逆学习更新模式.这些策略较好解决了禁忌搜索中集中性和多样性之间的矛盾,有效避免了量子过快聚集,使量子种群进化更加平滑和充分.通过理论证明提出的算法收敛,实验结果也表明其局部搜索能力增强.

参考文献

- [1] Han K H, Kim J H. Quantum - inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(6): 580 - 593.
- [2] 周殊,潘炜,罗斌,等.一种基于粒子群优化方法的改进量子遗传算法及应用[J].电子学报,2006,34(5):897 - 901. Zhou Shu, Pan Wei, Luo Bin, et al. A novel quantum genetic algorithm based on particle swarm optimization method and its application[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(5): 897 - 901. (in Chinese)
- [3] Dai H, Yang Y, Cunhua. Compact quantum crossover based clonal selection algorithm[J]. ICIC Express Letters an International Journal of Research and Surveys, 2011, 5(6): 2009 - 2015.
- [4] Defoin P M, Stefan S, Nikola K. Quantum-inspired evolutionary algorithm; A multimodel EDA[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(6): 1218 - 1231.
- [5] Arpaia P, Maisto D, Manna C. A quantum-inspired evolutionary algorithm with a competitive variation operator for multiple-

- fault diagnosis [J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11 (08): 4655 – 4666.
- [6] 李盼池, 宋考平, 杨二龙. 基于相位编码的量子蚁群算法 [J]. *系统工程理论与实践*, 2011, 31(8): 1565 – 1570.
Li Pan-chi, Song Kao-ping, Yang Er-long. Phase encoded based quantum ant optimization [J]. *Systems Engineering Theory & Practice*, 2011, 31 (8): 1565 – 1570. (in Chinese)
- [7] Wang L, Li L. An effective hybrid quantum-inspired evolutionary algorithm for parameter estimation of chaotic systems [J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(2): 1279 – 1285.
- [8] Zhang G X, Gheorghe M, Wu C Z. A quantum-inspired evolutionary algorithm based on P systems for a class of combinatorial optimization [J]. *Fundamenta Informaticae*, 2008, 87(1): 93 – 116.
- [9] Glove F, Laguna M. Tabu search [J]. *Journal of Computing*, 1990, 1(3): 190 – 206.
- [10] Chou Y, Yang Y, Chiu C. Classical and quantum-inspired Tabu search for solving 0/1 knapsack problem [A]. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics* [C]. Anchorage, Alaska: IEEE, 2011. 1364 – 1369.
- [11] 许鹏飞, 苗启广, 李伟生, 等. 基于函数复杂度的自适应模拟退火和禁忌搜索新算法 [J]. *电子学报*, 2012(6): 1218 – 1222.
Xu Peng-fei, Miao Qi-guang, Li Wei-sheng, et al. Adaptive simulated annealing algorithm and tabu search algorithm based on the function complexity [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012 (6): 1218 – 1222. (in Chinese)
- [12] 李阳阳, 石洪竺, 焦李成, 等. 基于流形距离的量子进化聚类算法 [J]. *电子学报*, 2011, 39(10): 2343 – 2347.
Li Yang-yang, Shi Hong-zhu, Jiao Li-cheng, et al. Quantum-inspired evolutionary clustering algorithm based on manifold distance [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39 (10): 2343 – 2347. (in Chinese)
- [13] Najaran T, Akbarzadeh T, Mohammad R. A cellular structure and diversity preserving operator in quantum evolutionary algorithms [A]. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation* [C]. Hong Kong: IEEE, 2008. 2665 – 2670
- [14] Han K H, Kim J H. On the analysis of the quantum-inspired evolutionary algorithm with a single individual [A]. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation* [C]. Vancouver, Canada: IEEE, 2006. 2622 – 2629.
- [15] 公茂果, 焦李成, 刘芳, 等. 基于神经系统与免疫系统调节机理的 Memetic 计算 [J]. *中国科学 信息科学*, 2010, 40(11): 1428 – 1436.
- [16] Babu G S S, Das D B, Patvardhan C. Real-parameter quantum evolutionary algorithm for economic load dispatch [J]. *IET Generation Transmission & Distribution*, 2009, 2(1): 22 – 31.

作者简介



钱 洁 男, 1974 年 1 月出生, 四川成都人. 2004 年获电子科技大学计算机软件与理论专业硕士学位, 现为东华大学博士后, 湖北汽车工业学院副教授. 从事计算智能及数据挖掘方面研究.

E-mail: qj@huat.edu.cn



郑建国 男, 1962 年 10 月出生, 福建永定人. 2002 年获西安电子科技大学博士学位, 现为东华大学教授、博士生导师、主要研究领域为数据挖掘, 智能计算.